

exercice 1 :**propagation d'une rumeur:**

une ville compte 10 000 habitants. À huit heures du matin, cent personnes apprennent une nouvelle : un professeur de mathématiques, fumeur de surcroît et ayant perdu sa pipe, a été retrouvé au zoo faisant tourner une panthère au-dessus de sa tête : il espérait, à chaque tour, récupérer $2\pi - \text{panthère}$.

on note $y(t)$ la fréquence des personnes connaissant la rumeur à l'instant t (exprimé en heures)

on choisit huit heures comme instant initial $t = 0$.

la nouvelle se répand dans la ville de sorte que la vitesse de propagation, $y'(t)$, est proportionnelle à la fréquence des personnes qui connaissent la nouvelle et à la fréquence de celles qui ne la connaissent pas.

on admet que le coefficient de proportionnalité est : 1,15.

1) expliquer pourquoi la fonction y est solution de l'équation différentielle : $y' = 1,15y(1 - y)$ avec $y(0) = 0,01$

2) utiliser un tableur et la méthode d'Euler pour obtenir une approximation de la courbe représentative de y (on prendra par exemple un pas de 0,5)

3) en utilisant la graphique, donner une approximation de l'instant auquel 99 % de la population connaîtra la rumeur.

exercice 2 :

Un circuit comprend un générateur de force électromotrice E , un dipôle (R,C) (association d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique R), et un interrupteur.

A tout instant t positif, on note $q(t)$ la charge du condensateur.

La charge q du condensateur est telle que: $Rq'(t) + \frac{q(t)}{C} = E$ avec $q(0) = 0$.

1) on prend comme valeurs numériques : $C = 1F$, $R = 100\Omega$, $E = 5V$.

a) utiliser un tableur et la méthode d'Euler pour obtenir une approximation de la courbe représentative de q

b) Déterminer $q'(0)$.

Déterminer graphiquement $l = \lim_{t \rightarrow +\infty} q(t)$

c) déterminer (par calcul) τ , valeur de t pour laquelle la tangente à (C_q) au point d'abscisse 0 coupe la droite d'équation $y = l$

d) vérifier sur le graphique que la charge du condensateur atteint 99% de la charge maximale à $t = 5\tau$

2) vérifier ce résultat sur d'autres exemples en changeant les valeurs de l'énoncé.