

TS3

DM n°6

Exercice 1:

on vide la moitié d'un seau de 10 litres, puis le tiers de ce qui reste, puis le quart de ce qui reste etc.

Déterminer le contenu du seau au bout de n opérations et montrer que ce contenu tend vers 0 quand n tend vers l'infini

Exercice 2:

on vide le quart d'un seau de 10 litres, puis le neuvième de ce qui reste, puis le seizième de ce qui reste etc.

- 1) Montrer que: $u_1 = \frac{3}{2} * 5, u_2 = \frac{4}{3} * 5$ et de manière générale: $u_n = \frac{n+2}{n+1} * 5$
- 2) quelle est la limite de (u_n) ?

Exercice 3:

On considère la suite définie par:
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) Démontrer que tous les termes de la suite sont positifs
- 2) Supposons que la suite (u_n) converge vers l . Montrer que l est solution de : $x^2 + x - 2$. Que peut valoir l ?

3) on pose $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

- a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Exprimer v_n en fonction de n et déterminer la limite de cette suite.
- b) Exprimer u_n en fonction de v_n et en déduire la limite de (u_n)

Exercice 4 (spécialité):

Soit m un entier naturel. On considère l'équation: $mx \equiv 1[49]$.

Si cette équation admet une unique solution entière entre 0 et 18, on note cette solution m^*

- 1) Montrer que pour m compris entre 1 et 6, m^* existe.
- 2) Montrer que $1^* + 2^* + 3^* + 4^* + 5^* + 6^*$ est divisible par 49.