

question de cours: on suppose connu : $e^{a+b} = e^a e^b$ ainsi que: $e^0 = 1$
 utiliser ces résultats pour démontrer que $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

exercice 1:

A) étude d'une fonction auxiliaire:

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par: $g(x) = (x - 1)e^x - 1$

- 1) Dresser le tableau de variations de g
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α sur \mathbb{R} . Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
- 3) En déduire le signe de g

B) Soit f la fonction définie par: $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$

- 1) Dresser le tableau de variations de f .
- 2) Montrer que la droite d'équation $y = x$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$.
- 3) Tracer (C_f)

exercice2:

le but de l'exercice est de trouver (dans le plan muni d'un repère orthonormal) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $Z = \frac{i + iz}{1 - z}$ soit réel

- 1) On pose $z = x + iy$ (x, y réels). Calculer les parties réelles et imaginaires de Z et conclure.
- 2) a) Justifier que $\bar{Z} = \frac{-i - i\bar{z}}{1 - \bar{z}}$
- b) Montrer que $Z = \bar{Z} \Leftrightarrow 2i(1 - z\bar{z}) = 0$ et retrouver alors le résultat du 1)

exercice 3: uniquement tronc commun

on considère la fonction définie par: $f(x) = e^{2x} - 2e^x, \forall x \in \mathbb{R}$

- 1) Dresser le tableau de variations de f
- 2) Tracer (C_f)
- 3) Soit m un nombre réel. Combien l'équation $f(x) = m$ a-t-elle de solutions?
- 4) Déterminer e^x pour que: $f(x) = 3$

exercice 3: uniquement spécialité

- 1) Déterminer deux entiers solutions de l'équation: $27x + 37y = 1$
- 2) Déterminer deux entiers solutions de: $27x + 37y = 1000$
- 3) Résoudre dans $\mathbb{Z}x\mathbb{Z}$: $27x + 37y = 1000$
- 4) En 1925, le diamètre des pièces de 5 francs était de 37mm et celui des pièces de 2 francs de 27mm.

Un collectionneur de pièces décide de juxtaposer des pièces de cette sorte, les centres étant tous alignés, pour obtenir une longueur totale de 1 mètre. Est-ce possible?

Aurait-il pu y parvenir si la pièce de 5 francs avait eu un diamètre de 36mm?